



F U N D A Ç Ã O
GETULIO VARGAS

EPGE

Escola de Pós-Graduação
em Economia

Ensaaios Econômicos

Escola de

Pós-Graduação

em Economia

da Fundação

Getúlio Vargas

Nº 345

ISSN 0104-8910

Um Modelo de Acumulação de Capital Físico e Humano: Um Diálogo com a Economia do Trabalho

Samuel de Abreu Pessoa

Abril de 1999

URL: <http://hdl.handle.net/10438/361>

Os artigos publicados são de inteira responsabilidade de seus autores. As opiniões neles emitidas não exprimem, necessariamente, o ponto de vista da Fundação Getulio Vargas.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

Diretor Geral: Renato Fragelli Cardoso

Diretor de Ensino: Luis Henrique Bertolino Braidó

Diretor de Pesquisa: João Victor Issler

Diretor de Publicações Científicas: Ricardo de Oliveira Cavalcanti

de Abreu Pessoa, Samuel

Um Modelo de Acumulação de Capital Físico e Humano: Um
Diálogo com a Economia do Trabalho/ Samuel de Abreu Pessoa - Rio
de Janeiro : FGV,EPGE, 2010

(Ensaio Econômico; 345)

Inclui bibliografia.

CDD-330

Um Modelo de Acumulação de Capital Físico e Humano: um Diálogo com a Economia do Trabalho¹

Samuel de A. Breu Pessoa
Fundação Getúlio Vargas
Escola de Pós-Graduação em Economia
Praia de Botafogo, 190 - 11º andar
Rio de Janeiro
(pessoa@fgv.br)

Versão Preliminar: Abril de 99

Abstract

Este trabalho faz-se um modelo de gerações sobrepostas em tempo contínuo de acumulação de capital físico e humano em que o capital humano é incorporado da forma como tratado pelos economistas do trabalho: (i) é um fator limitado, (ii) embutido no trabalhador, (iii) e acumulado nos primeiros anos de vida. Mostra-se que a oferta de ensino público básico e gratuito...nanciada por impostos não distorcionais não altera a escolha ótima individual de acumulação de capital humano. Também é possível mostrar que em geral o progresso técnico poupador de trabalho torna o retorno marginal do capital humano mais elevado. Desorte que é possível que o elevado retorno à educação seja um fenômeno recente e que para um passado suficiente remoto a escolha ótima fosse não se educar.

1 Introdução

O objetivo deste trabalho é estudar a decisão de acumulação de capital humano em um contexto de equilíbrio geral, em que se contemple a decisão de acumulação de capital físico e de consumo. Pretende-se incorporar na decisão de acumulação de capital humano algumas especificidades a ele associadas, em particular certas características do capital humano como tratadas nos estudos de economia do trabalho. São estas:

¹Este trabalho beneficiou-se de conversas com Marcos Lisboa. Evidentemente erros são de responsabilidade do autor.

- 2 A acumulação de capital humano ocorre antes da entrada do indivíduo no mercado de trabalho. Há algum rendimento crescente de escala à atividade de estudar que faz com que o ótimo, enquanto se estudar, seja somente estudar;
- 2 O capital humano é um fator embutido no indivíduo. Não é um fator independente do trabalho. Ele modula o trabalho.
- 2 O capital humano não é transferível para outro indivíduo. Não é possível deixar uma herança na forma de capital humano. Dito de outra forma, quando o indivíduo morre o seu capital humano morre com ele.
- 2 O capital humano per capita é limitado. Um indivíduo pode ser dono de todo o capital físico de uma economia, o mesmo não ocorre com o capital humano.

De este elenco de características ...ca evidente que para estudar a acumulação de capital humano é necessário trabalhar-se em um modelo de gerações sobrepostas. Há pessoas jovens, estudando e pessoas adultas trabalhando. No entanto tem que ser um modelo de muitos períodos, uma vez que uma das decisões e, portanto variável endógena, é o tempo de saída da escola e ingresso no mercado de trabalho. Trabalhar-se-á em um modelo de gerações sobrepostas em tempo contínuo.

O modelo será um modelo neoclássico de crescimento. Neoclássico no sentido em que a força a qual sustenta o crescimento no longo prazo, o progresso tecnológico, é exógena. Neste modelo a educação não eleva a taxa de crescimento desta economia. Esta forma de tratar o capital humano contrasta com os modelos endógenos do tipo homogêneo linear da nova teoria do crescimento¹. Essencialmente estes modelos adotam uma tecnologia homogênea linear como a seguinte

$$Y = F(K; HL);$$

Nestes o crescimento de longo prazo dá-se por meio de acumulação de fatores. As características das economias, determinando as velocidades de acumulação determinam a velocidade de crescimento. Economias com características distintas crescerão a taxas diferentes. Este fato é rejeto ao menos para a evidência que compreende o pós guerra². Mais surpreendentemente, estes modelos são contrafatuais com relação à remuneração dos fatores. Nestes modelos a renda do trabalho cresce de forma ilimitada devido à acumulação ilimitada de capital humano. Segue que a renda do trabalhador desqualificado, que também não é proprietário de capital físico não cresce. Este fato está em total desacordo com a evidência do comportamento secular da renda do trabalhador desqualificado.

¹ Ver Lucas (1988) e Rebelo (1991) como exemplos destacados desta literatura.

² Ver Easterly et alii (1994), Jones (1995) e Chari, Kehoe e McGrattan (1998).

Assim, caminhou-se para a seguinte fórmula³ da tecnologia⁴:

$$Y = AF(K; H; e^{\theta}L);$$

Este modelo também é chamado de modelo neoclássico estendido⁴. Essencialmente é o modelo neoclássico em que a participação na renda dos fatores que se acumulam por decisão econômica é elevada. Neste caso é possível mostrar que o modelo neoclássico consegue tanto qualitativamente como quantitativamente descrever os principais fatos estilizados associados às trajetórias das economias no pós-guerra⁵. Inclusive é possível descrever o diferencial de renda per capita observado entre as economias por meio do diferencial de fatores de produção acumulados nas diversas economias. Sob estas condições o modelo admite uma fórmula⁶ neoclássica no sentido estrito do termo - além do progresso técnico ser exógeno o nível da função de produção de cada economia - isto é A - é o mesmo. Em geral o termo H na tecnologia é pensado como capital humano. Esta fórmula⁶ não apresenta os graves problemas mencionados no parágrafo anterior com relação aos modelos endógenos em geral⁶ e mais fortemente com relação aos modelos homogêneos lineares.

Do ponto de vista conceitual há ao menos duas objeções a esta forma de incorporar capital humano em modelos de crescimento. A primeira no modelo impede que um agente seja proprietário de todo o capital, físico e humano, desta economia. Conquanto faz sentido a possibilidade de um indivíduo ser proprietário de todo o capital físico de uma economia o mesmo revela-se absurdo com relação ao capital humano⁷. Também, no modelo neoclássico expandido - quer suponha-se que a poupança seja exógena ou endógena - há um estado estacionário em que os estoques de capital - físico e humano - medido em unidades descontadas pela eficiência do trabalho estão fixados. Isto é

$$\frac{H}{L_{egt}} = cte \text{ e } \frac{K}{L_{egt}} = cte$$

Logo, o estoque de capital humano per capita cresce à taxa do progresso tecnológico. O capital humano de cada indivíduo é uma variável ilimitada. Esta não parece ser uma boa descrição do que se entende por capital humano. Especialmente quando se considera a forma como o capital humano é tratado pelos microeconomistas do assunto, isto é pelos pesquisadores de economia do trabalho. Por mais que haja progresso técnico o nosso hardware, o cérebro, não o

³Ver Barro, Mankiw e Xavier Sala-i-Martin (1995), Parente e Prescott (1995) e Chari, Kehoe e McGrattan (1998).

⁴Ver Mankiw, Romer e Weil (1992) e Mankiw (1995).

⁵Ver Mankiw (1995) e especialmente Chari, Kehoe e McGrattan (1998).

⁶Os modelos endógenos - tanto os homogêneos lineares como os neoschumpeterianos (por exemplo Romer (1990) e Aghion e Howitt (1992)) - apresentam o resultado indesejado de dependência da taxa de crescimento de longo prazo com relação às características da economia. Os modelos neoschumpeterianos não geram o outro resultado indesejado - que a renda de um trabalhador desqualificado não cresça.

⁷É possível que a posse de todo o capital físico em mãos de um indivíduo gere dilemas problemas de agência. No entanto a posse de todo o capital humano nas mãos de poucos indivíduos implicaria na instituição de uma economia escravista.

se alterou nos últimos milhares de anos. A qualidade do conhecimento pode melhorar - e isto é captado por e^{gt} - mas a quantidade de conhecimento que um indivíduo carrega não deve ter-se elevado⁸. Por outro lado, do ponto de vista empírico, esta forma de tratar capital humano e físico sugere que ao fazer-se exercícios de decomposição de crescimento para calcular-se a produtividade total dos fatores ambos apareçam de forma simétrica. Este facto é rejeitado pela evidência, em particular, enquanto gráficos de espalhamento apresentam uma correlação positiva entre a variável do logaritmo da renda por trabalhador com a variável do logaritmo do estoque de capital por trabalhador para dados de séries transversais de países, o mesmo não ocorre com o capital humano⁹.

Desta forma parece que o capital humano deve ser incorporado em um modelo de crescimento sob a forma como os economistas do trabalho o fazem. Isto é

$$Y = AF(K; He^{gt}L)$$

e

$$H = e^{\hat{A}(T)}$$

em que \hat{A} é alguma função¹⁰ cujo argumento T corresponde aos anos médios de escolaridade da população economicamente ativa da economia em questão. Nesta fórmula, o capital humano é limitado e a participação do capital físico na renda é da ordem de um terço. Esta é a forma pela qual o capital humano será tratado neste artigo. Sabe-se que sob estas condições não é possível descrever-se toda a variabilidade observada na renda per capita a partir somente dos fatores acumuláveis. Isto é tem-se que supor diferenças em A entre economias em um mesmo instante para que seja possível gerar o diferencial de renda observado a partir do diferencial de fatores¹¹. Desta forma este artigo não pretende propor um modelo que descreva completamente a diversidade de renda observada e, portanto não constitui uma descrição completa do diferencial de desenvolvimento entre as economias¹².

⁸ Faz sentido imaginar que em algumas atividades inclusive a qualidade do conhecimento não deve ter mudado. Segundo qual critério podemos afirmar que um filósofo contemporâneo seja melhor que Aristóteles?

⁹ Ver Benhabib e Spiegel (1994).

¹⁰ Em geral esta função é estimada diretamente pelos economistas do trabalho. Estas estimativas recebem o nome de equações de Mincer. Ver Mincer (1974) e Willis (1986).

¹¹ Ver Klenow e Rodríguez e Claré (1997) e Hall e Jones (1998).

¹² É possível que a estrutura de incentivos tenha um impacto sobre o produto que seja equivalente ao de uma distorção estática: isto é menos produto com a mesma quantidade de fatores implicando, portanto, em um menor valor para A . Quando tenta-se descrever o diferencial de renda entre as economias somente através de diferencial de fatores acumuláveis, implicitamente está-se admitindo que todas as distorções são de natureza intertemporal, isto é distorções que afetam o preço relativo intertemporal sem reduzir o produto corrente para uma dado estoque de fatores. Chari, Kehoe e McGrattan (1998) são explícitos em afirmar em favor desta forma de gerar os fatos estilizados observados. Para um modelo em que há dois tipos de distorções (estáticas e intertemporais) ver Barrell e Pessôa (1997).

2 O Modelo

2.1 Firmas

Há dois setores nesta economia. O primeiro produz um bem, por meio de uma função homogênea do primeiro grau, que pode ser consumido ou acumulado na forma de capital. O segundo produz um serviço também por meio de uma função homogênea do primeiro grau, chamado de serviço educacional. Os indivíduos quando vão à escola compram uma certa quantidade destes serviços. A função de produção do i -ésimo setor será:

$$Y_i = A_i F_i(K_i; \alpha_i H L_i) \quad (1)$$

em que

Y_i -... produto do i -ésimo setor;

K_i -... capital empregado pelo i -ésimo setor;

α_i -... progresso técnico exógeno poupador de mão de obra no i -ésimo setor;

H -... capital humano da população economicamente ativa;

L_i -... emprego no i -ésimo setor.

Quando a taxa de evolução tecnológica não for a mesma entre os setores, para obter-se uma trajetória de crescimento balanceado é necessário que as funções de produção apresentem elasticidade de substituição ao capital e trabalho unitária. Nestas circunstâncias a função de produção para cada setor é da forma funcional Cobb-Douglas:

$$Y_i = A_i K_i^{\alpha_i} (\alpha_i H L_i)^{1-\alpha_i} \quad (2)$$

O setor educacional produz um serviço. Em geral, o progresso técnico é menor nos serviços¹³. Portanto, por hipótese adota-se

$$\alpha_1 = e^{\beta t} \quad e^{\alpha_2 t} = \alpha_2 \quad (3)$$

ou seja $\beta > 0$. Definindo as variáveis pelo índice de progresso técnico do primeiro setor segue

$$y_1 = \frac{Y_1}{\alpha_1 H L_1} \quad e \quad y_2 = \frac{Y_2}{\alpha_1 H L_2},$$

$$k_1 = \frac{K_1}{\alpha_1 H L_1} \quad e \quad k_2 = \frac{K_2}{\alpha_1 H L_2}$$

em que

¹³ Observa-se um maior crescimento da produtividade nos setores de bens comercializáveis do que nos setores de bens domésticos. Ver Ostryfeld e Rogers (1996) cap. 4.

L - ... população economicamente ativa

Para o produto per capita de cada setor tem-se

$$y_1 = l_1 A_1 k_1^{\alpha_1} \text{ e } y_2 = \frac{\mu}{q^{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}}} l_2 A_2 k_2^{\alpha_2} \quad (4)$$

em que

l_i - ... fração do emprego total alocado ao i -ésimo setor.

Para as remunerações dos fatores segue

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{\mu}{q^{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}}} A_1 k_1^{\alpha_1-1} \text{ e } w_1 = (1 - \alpha_1) \frac{\mu}{q^{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}}} A_1 k_1^{\alpha_1}, \\ r_2 &= q^{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} A_2 k_2^{\alpha_2-1} \text{ e } w_2 = q^{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} (1 - \alpha_2) A_2 k_2^{\alpha_2} \end{aligned} \quad (5)$$

em que

q - ... é o preço relativo da mensalidade da escola em unidades de bens.

Para que esta economia tenha uma trajetória de crescimento balanceada em que a taxa de juros se iguale entre os setores e seja constante é necessário que o preço relativo da educação cresça de forma a compensar o diferencial de progresso tecnológico. Se

$$\frac{\mu}{q^{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}}} = \text{cte}$$

o que é equivalente a

$$\hat{q} = (\alpha_2 - \alpha_1) \quad (6)$$

o produto de cada setor, medido em unidades de bens, será constante sempre que k_i for constante. Segue de (5) que sob estas condições a remuneração do capital em cada setor, medida em unidades de bens, será constante e a remuneração do trabalho em cada setor, medida em unidades de bens, estará crescendo à taxa g . É fácil verificar que nestas condições k_i será constante. Logo, há uma trajetória de crescimento balanceado com respeito à produção.

2.2 Escolha Individual

2.2.1 Escolha do Consumo

Imediatamente após o nascimento o indivíduo ingressa na escola. Decide quanto tempo estudar e então quando chega este momento ingressa no mercado de trabalho. Formalmente o problema será tratado em duas etapas. Para um dado instante de saída da escola e para uma dada riqueza que o indivíduo carrega da primeira etapa de sua vida para a segunda etapa, o indivíduo escolhe a

trajetória do consumo. Substitui-se então a trajetória de consumo na utilidade intertemporal obtendo-se uma utilidade indireta. Esta dependerá do nível inicial de consumo em cada etapa de vida¹⁴ que, por sua vez, depende da riqueza deixada para a segunda etapa de sua vida e do tempo de ingresso no mercado de trabalho¹⁵. Segue a maximização da utilidade indireta com relação a estas duas variáveis.

Supõe-se que a tecnologia de educação seja tal que ou o indivíduo estuda ou trabalha. Esta hipótese parece estar de acordo com a evidência empírica: em geral as pessoas estudam e depois dirigem-se ao mercado de trabalho. Por outro lado quanto à intensidade do consumo de serviços de educação parece que há rendimentos de escala até um certo limite. Assim o tempo gasto em sala de aula, quando estudando, não se altera muito. O modelo supõe-se que a ida à escola implique no consumo de uma certa quantidade de serviços de educação q e que esta quantidade não é escolhida pelo indivíduo. Por sua vez, quando na escola o capital humano cresce a uma taxa $h'(t; s)$ que depende de quanto tempo de escola o indivíduo tem. Esta função é estimada pelos estudos de economia do trabalho.

Na primeira etapa de sua vida o consumidor soluçiona

$$\max_s \int_s^{T+s} e^{-(\frac{1}{2} + p)(t-s)} \frac{c(s; t)^{1 - \frac{1}{\sigma}}}{1 - \frac{1}{\sigma}} dt; \quad (7)$$

sujeito a

$$\dot{a}(s; t) = (r(t) + p)a(s; t) - c(s; t) - q(t)'(s; t); \quad (8)$$

$$\frac{dH(s; t)}{dt} = H(s; t)'(t; s); \quad (9)$$

$$H(s; s) = 1; \quad (10)$$

$$a(s; s) = 0 \text{ e } a(s; T + s) = E. \quad (11)$$

em que

s - ... instante de nascimento;

T - ... instante de saída da escola;

p - ... probabilidade de morte;

$a(s; t)$ - ... riqueza em t de um indivíduo que nasceu em s ;

r - ... remuneração dos ativos;

¹⁴ A equação de Euler somente determina o perfil do consumo.

¹⁵ A riqueza do indivíduo é nula.

$c(s; t)$... consumo t de um indivíduo que nasceu em s ;

$\gamma(t_j - s)$... serviços de educação adquiridos junto às escolas de um indivíduo com $t_j - s$ anos de educação;

$H(s; t)$... produtividade do trabalho de um indivíduo que nasceu em s e estudou $t_j - s$ períodos relativa à de um indivíduo iletrado;

Quando o indivíduo está na escola ele não trabalha. A compra de $\gamma(t_j - s)$ unidades de serviços educacionais garante que o capital humano do indivíduo cresça à taxa $\gamma(t_j - s)$. A qui é feita a hipótese de que a tecnologia de educação apresenta descontinuidade: ou o aluno adquire as $\gamma(t_j - s)$ unidades de serviços de educação quando já estudou $t_j - s$ anos ou retira-se da escola. A dependência dos serviços de educação com relação ao tempo de escola capta o fato que quanto mais educado um aluno for, mais serviços de educação tem que consumir para elevar seu capital humano. Isto é

$$\frac{d\gamma}{d(t_j - s)} > 0;$$

Segue de (9) que quando na escola o capital humano evolui segundo

$$H(s; t) = H(s; s) e^{\int_s^t \gamma(t_j - s) dt_j} \quad (12)$$

Portanto, ao sair da escola o indivíduo acumulou

$$H(s; T + s) = e^{\int_s^{T+s} \gamma(t_j - s) dt_j} = e^{\bar{A}(T)} \quad (13)$$

unidades de capital humano em que

$$\bar{A}(t_j - s) = \int_0^{t_j - s} \gamma(t_j - s) dt_j \quad (14)$$

Carregará estas até o fim de sua vida.

A expressão que estabelece o ganho de produtividade associado a educação é estimada pelos estudos de economia do trabalho. Supõe-se que

$$\bar{A}(0) = 0, \lim_{h \rightarrow 1} \bar{A}(h) = G < 1, \bar{A}'(h) > 0 \text{ e } \bar{A}''(h) < 0: \quad (15)$$

Para a função de ganho marginal supõe-se que

$$\gamma'(0) = B < 1, \lim_{h \rightarrow 1} \gamma'(h) = 0, \gamma''(h) < 0, \lim_{h \rightarrow 0} \gamma''(h) = -1:$$

Há uma probabilidade de morte e há um seguro. O contrato com a seguradora reza que em troca de receber toda riqueza do indivíduo em caso de seu falecimento, a seguradora paga ao indivíduo uma taxa de juros acima da de mercado. A diferença entre ambas é a probabilidade de morte. Este é o motivo da taxa de juros efetiva aos filhos do indivíduo ser $r(t) + p$ ¹⁶.

¹⁶Esta forma de tratar incerteza quanto à data de morte encontra-se em Yaari (1965).

II a segunda etapa de vida o indivíduo resolve

$$\max_{T+s} \int_{T+s}^{\infty} e^{-(\frac{1}{2}+p)(t-T+s)} \frac{c(s; t)^{1-\frac{1}{\alpha}}}{1-\frac{1}{\alpha}} dt \quad (16)$$

sujeito a

$$\dot{a}(s; t) = (r(t) + p)a(s; t) - c(s; t) - H(s; T + s)I(s; t); \quad (17)$$

$$a(s; T + s) = E$$

em que

$I(s; t) \dots$ é a renda de um trabalhador desqualificado nascido em s no instante t

Para cada uma das etapas de vida o perfil do consumo será o mesmo dado pela equação de Euler¹⁷:

$$c(s; t) = c(s; s) e^{\int_s^t (r(t') - \frac{1}{\alpha}) dt'}, \quad (18)$$

$$c(s; t) = c(s; T + s) e^{\int_{T+s}^t (r(t') - \frac{1}{\alpha}) dt'}, \quad (19)$$

Para que a trajetória do consumo... que bem determinada é necessário conhecer-se o consumo inicial em cada um das etapas de vida. Substituindo-se a trajetória do consumo na restrição orçamentária intertemporal para cada etapa segue

$$c(s; s) = A_1^{-1} [a(s; T + s)R(s; T + s) - g(s; T + s)] \quad (20)$$

$$c(s; T + s) = A_1^{-1} [a(s; T + s) + e^{A(T)} h(s; T + s)]; \quad (21)$$

$$A_1 = \int_{T+s}^{\infty} e^{\int_s^t ((1-\frac{1}{\alpha})r(t') + \frac{1}{2} + p) dt'} dt; \quad (22)$$

$$A_2 = \int_{T+s}^{\infty} e^{\int_{T+s}^t ((1-\frac{1}{\alpha})r(t') + \frac{1}{2} + p) dt'} dt; \quad (23)$$

$$g(s; T + s) = \int_{T+s}^{\infty} (t - s) c(t) R(s; t) dt; \quad (24)$$

$$h(s; T + s) = \int_{T+s}^{\infty} I(s; t) R(s; t) dt \quad e \quad (25)$$

$$R(s; t) = e^{\int_s^t (r(t') + p) dt'}; \quad (26)$$

Lembrando que o indivíduo deixa uma dívida para a segunda etapa de vida, isto é que $a(s; T + s) < 0$ segue da equação (20) que o consumo inicial é a propensão marginal a consumir (isto é A_1^{-1}) da riqueza que gastará com consumo nesta etapa de sua vida. Esta por sua vez é a dívida que deixará

¹⁷ Esta escolha toma T e $a(s; T + s) = E$ dados. Em uma segunda etapa encontrar-se-á estas variáveis.

menos os gastos com a escola em valor presente (expressão (24)). A equação (21) tem interpretação análoga em que a expressão (25) representa a riqueza humana de um trabalhador iletrado equivalente. A equação (26) determina o preço relativo intertemporal, aos olhos do consumidor, de uma unidade de renda em t em unidades de renda em s .

2.2.2 Escolha da Educação

Substituindo-se (18) e (19) na utilidade intertemporal de um indivíduo nascido em s :

$$U_s = \int_s^{T+s} e^{-(\frac{1}{2}+p)(t-s)} \frac{c(s; t)^{1-\frac{1}{4}} i^{\frac{1}{4}}}{1-\frac{1}{4}} dt + e^{-(\frac{1}{2}+p)T} \int_{T+s}^{\infty} e^{-(\frac{1}{2}+p)(t-(T+s))} \frac{c(s; t)^{1-\frac{1}{4}} i^{\frac{1}{4}}}{1-\frac{1}{4}} dt \quad (27)$$

segue

$$V_s = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}i-1} h c(s; s)^{\frac{3}{4}i-1} A_1 + e^{-(\frac{1}{2}+p)T} c(s; T+s)^{\frac{3}{4}i-1} A_2 : \quad (28)$$

Substituindo-se (20) e (21) em (28) e maximizando com relação a $a(s; T+s)$ e T segue

$$a(s; T+s) R(s; T+s) = \frac{\int_2^{\infty}}{T} w(s; s) i R(s; T+s) e^{A(T)} h(s; T+s) \quad (29)$$

e

$$\dot{V}(T) e^{A(T)} h(s; T+s) = e^{A(T)} I(s; T+s) + \dot{V}(T) q(T+s) \quad (30)$$

em que

$$\int_2^{\infty} = \int_1^{\infty} + \int_2^{\infty}; \quad (31)$$

$$\int_1^{\infty} = A_1; \quad (32)$$

$$\int_2^{\infty} = e^{-(\frac{1}{2}+p)\frac{3}{4}T} R^{1-\frac{3}{4}}(s; T+s) A_2; \quad (33)$$

e

$$w(s; s) = R(s; T+s) e^{A(T)} h(s; T+s) i g(s; T+s); \quad (34)$$

A equação (29) estabelece que o valor ótimo da dívida deixada para a segunda etapa de vida é a fração da riqueza total ao nascer ($w(s; s)$ definida em (34)) que deseja gastar nesta etapa de sua vida ($\frac{\int_2^{\infty}}{T}$) menos aquilo que ganhará quando ativo. Em (34) a riqueza total ao nascer é o valor presente das rendas futuras do trabalho menos o valor presente dos gastos com a escola.

Substituindo-se (29) em (20) e lembrando-se de (34) segue

$$c(s; s) = \frac{w(s; s)}{T}:$$

Portanto a trajetória do consumo não apresenta descontinuidade. Segue

$$c(s; t) = \frac{w(s; s)}{T} e^{\int_s^t (r(t') - \frac{1}{2}) dt'}, \quad \text{para todo } t > s: \quad (35)$$

A condição marginal (30) estabelece que o tempo ótimo de estudo di-se quando o valor presente dos benefícios de uma unidade adicional de educação

$$e^{A(T)} I(s; T + s)$$

for igual ao custo marginal, que por sua vez é composto de dois termos: o custo de oportunidade do tempo mais a mensalidade da escola, ambos calculados no tempo de parada

$$e^{A(T)} I(s; T + s) + r(T) q(T + s):$$

Uma outra forma de interpretar o resultado (30) é com o auxílio da noção de taxa interna de retorno da educação. Definiremos a taxa interna de retorno da educação entre t e $t + \Delta t$ como a taxa de desconto que iguala o valor presente da renda do trabalho a partir de t , líquida dos custos da educação até t , com o valor presente da renda do trabalho a partir de $t + \Delta t$, líquida dos custos da educação até $t + \Delta t$ ¹⁸. Isto é a taxa R para a qual:

$$\begin{aligned} & \int_1^{T+s} e^{R(t_i - (T+s))} e^{A(T)} I(s; t_i) dt_i = \int_s^{T+s} e^{R(t_i - s)} r(t_i - s) q(t) dt \\ & = \int_1^{T+s} e^{R(t_i - ((T+\Phi T)+s))} e^{A(T+\Phi T)} I(s; t_i) dt_i = \int_s^{(T+\Phi T)+s} e^{R(t_i - s)} r(t_i - s) q(t) dt \end{aligned}$$

Tomando o limite para Δt tendendo à zero nesta última equação e impondo-se

$$e^{R(t_i - t)} = R(t, t')$$

obtem-se (30). Portanto, no momento de parada a taxa interna de retorno da educação é igual à taxa de juros de mercado¹⁹.

¹⁸ Ver Willis, pag. 531.

¹⁹ As palavras de Willis: "Investments in people are time consuming. Each additional period of schooling or job training postpones the time of the individual's receipt of earnings and reduces the span of working life, if he retire at a fixed age. The deferral of earnings and the possible reduction of earning life are costly. These time costs plus direct money outlays make up the total cost of investment. Because of these costs investment is not undertaken unless it raises the level of the deferred income stream. Hence, at the time it is undertaken, the present value of real earnings streams with and without investment are equal only at a positive discount rate. This rate is the internal rate of return on the investment." (1974, pg.7).

Finalmente é possível obter (30) a partir da restrição orçamentária intertemporal. Um cálculo direto mostra que (30) é solução do seguinte problema²⁰:

$$\max_{T+s} \int_T^{T+s} R(T+s; t) e^{A(T)} I(s; t) dt + \int_s^{T+s} R(s; t) (t_j - s) q(t) dt \quad (30)$$

Vale ressaltar que a condição (30) estabelece uma comparação entre um custo instantâneo (no momento de parada) com um benefício futuro (deste momento em diante). Segue que a história passada do processo educacional não desempenha papel algum na decisão do indivíduo. Por exemplo, se o governo subsidiar a educação até um instante que antecede o instante T escolhido pelo consumidor por uma quantidade arbitrariamente pequena, a existência do subsídio não altera a escolha ótima do consumidor. Assim, um ensino público... financiado por impostos não é distorçivo até o secundário não o distorcerá a economia se o indivíduo escolher, na ausência do subsídio, um nível de capital humano superior ao secundário. Desta forma, faz mais sentido que o governo subsidie os níveis mais básicos de educação do que o nível superior.

2.3 Discussão

Em geral não é possível encontrar analiticamente a solução da dinâmica transitória. Isto porque neste modelo de gerações sobrepostas cada geração terá uma escolha ótima distinta de capital humano. Esta somente será a mesma no estado estacionário. Portanto deseja-se saber sob que circunstâncias o modelo apresenta uma solução de crescimento balanceado. Uma trajetória de crescimento balanceado caracteriza-se pela constância da taxa de juros²¹. Segue que no estado estacionário se houver, (30) pode ser escrita

$$e^{A(T)+gs} \int_T^{T+s} I(s; t) e^{-(r+p)(t_j - (T+s))} dt = e^{A(T)+gs} I(s; T+s) + q(T+s) (T) \quad (31)$$

em que o termo $I(s; t)$ foi substituído por $e^{gs} I(s; t)$ e o termo $I(s; T+s)$ por $e^{gs} I(s; T+s)$.

Em geral esta economia não apresentará trajetória de crescimento balanceado. O benefício da educação está a crescer à taxa g o mesmo ocorrendo com o custo de oportunidade do tempo. No entanto os custos com a escola não necessariamente. Se o progresso técnico no setor educacional for nulo e se este empregar somente trabalho (isto é $se_2 = 0$) segue de (6) que o preço da mensalidade da escola estará crescendo à taxa g . No entanto em geral o termo

$$q(T+s) (T)$$

²⁰ Bils e Klenow (1998) obtiveram uma expressão próxima a esta por este procedimento.

²¹ Ver Kongsamut, Rebelo e Xie (1997).

estará crescendo a taxa $(1 + g_2)_i < g$. Sob estas condições as gerações mais novas estarão crescendo acumulando mais capital humano do que as gerações a elas anteriores. Assim, esta situação o tempo ótimo de estudo estará assintoticamente tendendo a

$$\int_{T+s}^{\infty} e^{A(T)} I^B(s; t) e^{(r+p)(t_i(T+s))} dt = e^{A(T)} I^B(s; T+s) \quad (37)$$

por valores menores do que T uma vez que o termo

$$q(T+s) e^{A(T)} e^{gt}$$

está tendendo à zero. Isto é, o custo da mensalidade da escola no momento de ingresso no mercado de trabalho será muito pequeno em comparação ao ganho marginal esperado do capital humano ou em comparação ao custo de oportunidade do tempo. Apesar dos serviços de educação em comparação à mercadoria estarem ficando mais caros, o benefício da educação líquido do custo de oportunidade do tempo cresce à taxa do progresso tecnológico enquanto que a mensalidade da escola cresce a uma taxa menor. Dito de outra forma, há no modelo uma assimetria entre o bem de consumo e o capital humano apesar de ambos serem produzidos por tecnologias semelhantes, o primeiro constitui uma variável ilimitada enquanto que o segundo uma variável limitada. Conforme a economia cresce por meio do progresso técnico poupando de trabalho o produto do setor que produz a mercadoria de consumo limitado relativamente ao produto do outro setor tende a zero. Para que isto não ocorra é necessário que as tecnologias fiquem com que a variável do preço tome o consumo de serviços de capital humano uma variável que, medida em unidades de bens, cresça à mesma velocidade do produto. Uma outra maneira de gerar uma trajetória de crescimento balanceado seria considerar que com o passar do tempo a quantidade de serviços educacionais consumidos para elevar o capital humano de um indivíduo isto é, esteja a crescer à taxa $g_1 = (1 + g_2)_i$, de sorte que o termo q cresça à taxa g .

Segue que o modelo pode ser solucionado sob duas hipóteses com relação ao comportamento do preço relativo da educação. Se não houver progresso tecnológico nas escolas e se estas somente empregarem trabalho, o tempo ótimo de permanência na escola será determinado a partir de

$$\int_{T+s}^{\infty} e^{A(T)} I^B(s; t) e^{(r+p)(t_i(T+s))} dt = e^{A(T)} I^B(s; T+s) + q^B(T) \quad (38)$$

em que $q^B e^{A(T)} = q(T+s)$. Caso contrário emprega-se a expressão (37).

Toda a análise feita até o momento considerou que o problema de escolha do indivíduo estivesse bem determinado. Isto é

$$\frac{d^2}{dT^2} \int_{T+s}^{\infty} R(T+s; t) e^{A(T)} I(s; t) dt - \int_s^{\infty} R(s; t) (t_i - s) q(t) dt = 0 \quad (39)$$

ao menos quando calculada no estado estacionário isto é tomando a taxa de juros constante. A condição (39) é necessária para que o extremo encontrado

por meio de (30) seja de fato um máximo local. No entanto isto nem sempre é verdade. Seja

$$a'(T) = -a'(T)e^{A(T)}h(s; T+s) + e^{A(T)}l(s; T+s);$$

Como $\frac{d'(\bar{T})}{dT} \rightarrow 0$ ²² uma condição suficiente para que a escolha seja bem definida é que $\frac{d^a}{dT} < 0$. É fácil verificar que

$$1 > a'(0) > 0 > a'(\bar{T}) > -1, \quad a'(0) < 0 \quad \text{e} \quad a'(\bar{T}) < 0$$

em que

\bar{T} - ... instante a partir do qual o indivíduo retira-se do mercado de trabalho

No entanto é possível que para algum $0 < T < \bar{T}$ o sinal da derivada de a seja positivo. Para o caso em que o custo da escola seja muito baixo (no limite nulo) a escolha será bem comportada, pois é fácil mostrar que

$$\frac{d^a}{dT} < 0 \quad \text{se} \quad a = 0.$$

Em geral, mesmo quando houver mais de uma solução para $a'(T) = q'(T)$ haverá um máximo local bem comportado. Toda a análise será feita considerando esta solução²³.

Antes aqui não se considerou este tempo de saída do mercado de trabalho. No este contexto de gerações sobrepostas faz sentido supor que as pessoas aposentam-se. Também é razoável supor que este tempo será maior, tão menor for a probabilidade de morte ou, o que é o mesmo, tão maior for a expectativa de vida ao nascer. Isto é em geral $\bar{T} = \bar{T}(\phi)$.

Supondo a solução de crescimento balanceado e supondo extremo regular segue que o tempo de ingresso no mercado de trabalho será maior quanto mais elevado for o período de salários ($l^a(s; t)$), quanto menor for a taxa de juros, quanto menor for a probabilidade de morte e quanto mais barata for a escola. Esta estática comparativa em um dado instante será a mesma para o caso de ausência de crescimento balanceado.

Para o caso em que não há crescimento balanceado, o custo da escola frente ao benefício da educação estará a cair ao longo do tempo. Portanto o modelo prevê que para um passado suficiente remoto os salários do trabalhador desqualificado eram tão baixos frente aos custos da escola que a escolha ótima era não estudar. (Isto é $a'(0) < q'(0)$.) Com o passar do tempo a balança pendeu para o lado da educação e passou a ser economicamente viável educar-se. Esta história está de acordo com a evolução do papel da educação. A noção da educação como um bem econômico é bem recente. Deve-se aos trabalhos da

²² Se os serviços de educação alterarem-se com o tempo o razoável é que cresçam.

²³ Como apontado para o caso em que a mensalidade da escola seja suficientemente pequena a solução será sempre única e bem comportada.

década de sessenta de Schultz e Becker. Antes destes autores acreditava-se que a principal função da educação fosse relacionada a questões de cidadania e de integração da população à sociedade ou a um certo padrão de sociabilidade ou ainda como condição para fazer-se parte de algum grupo ou estamento. Ilota-se que no modelo este resultado não se deve à uma elevação do prémio salarial da educação. Este ganho, como medido pela função l^w , é suposto não se alterar com o passar do tempo. O importante é o impacto diferencial do progresso técnico poupador de trabalho sobre os custos e benefícios da educação.

2.4 Consumo no Estado Estacionário

Através deste ponto deixou-se de fazer diversas hipóteses simplificadoras. Ilavia a necessidade de entender melhor o problema, em particular de estudar sob quais condições esta economia apresentaria crescimento balanceado ou não. Tendo já entendido esta questão de agora em diante:

- (i) o período de salários, isto é a função $l^w(s; t)$ será constante. Ou seja $l^w = l^w(t)$, em que l^w é constante²⁴;
- (ii) após \bar{T} períodos do nascimento o indivíduo aposenta-se²⁵;
- (iii) os serviços de educação não crescerão com o grau de escolaridade do aluno ($\partial l^w / \partial t_j = 0$, $\partial l^w / \partial s = \text{cte}$).

Segue de (35) que o consumo no estado estacionário comporta-se

$$c(s; t) = \frac{w(s; s)}{\bar{T}} e^{(r_1 - \frac{1}{\bar{T}})(t_j - s)} \quad (40)$$

em que²⁶:

$$w(s; s) = e^{rs} e^{-(r+p) \int_0^T l^w(s; t) dt} e^{A(T)} \frac{1 - e^{-(r+p) \int_0^{\bar{T}-T} l^w(s; t) dt}}{r+p} + q^s \frac{1 - e^{-(r+p) \int_0^T l^w(s; t) dt}}{r+p} \quad (41)$$

²⁴ Os economistas do trabalho identificam um comportamento parabólico no logarítmico dos salários devido à experiência no trabalho. Experiência no trabalho é medido pelo ganho de salário obtido pelo tempo adicional no emprego. Ilota-se que este efeito não está associado à idade do trabalhador. (Ver Ilincer (1974), cap. 4, pg.70.) Este efeito poderia ser captado pelo modelo fazendo-se $l^w(s; t)$ variar com a experiência, isto é com $t_j - (T + s)$. Evidentemente, sob esta hipótese, a escolha ótima do instante de ingresso no mercado de trabalho altera-se, visto que surge um custo adicional à educação: o adiamento do processo de aquisição de experiência no trabalho.

²⁵ Potanto, cada ano adicional na escola reduz a vida ativa de um período. É possível que pessoas que estudam mais retirem-se da vida ativa depois. Por exemplo Ilincer (1974), pg.8 argumenta nestas linhas. Este aspecto precisa ser melhor investigado em versões posteriores deste estudo. Por momento mantém-se a hipótese de que a idade de retirada do mercado de trabalho não é afetada pelo capital humano. É possível que esta idade esteja mais associada à probabilidade de morte e, que os indivíduos que estudam mais sejam os que tenham maior expectativa de vida. Se este for o caso, como este é modelo que supõe indivíduo típico, faz sentido tomar esta data como ...xa uma vez que p está ...xada.

²⁶ Segue de (34).

e²⁷:

$$\bar{T} = \frac{1}{(1 - \frac{3}{4})r + \frac{3}{4}\frac{1}{2} + p}: \quad (42)$$

Para calcular-se (41) faz-se $I^A(s; T + s) = I^A e^{g(T+s)}$ e $q^P(s) = q^P e^{rs}$. Se o modelo não apresentar solução de crescimento balanceado segue

$$w(s; s) = e^{rs} e^{-(r+p)i} g^T I^A e^{A(T)} \frac{1 - e^{-(r+p)i} g^{(\bar{T}-T)}}{r + p - g} \quad (43)$$

visto que o custo da escola assintoticamente tende à zero

3 A gregária

3.1 Demografia

Os indivíduos nascem em s , estudam de s até $T + s$ e aposentam-se em \bar{T} .

A cada instante nascem $(n+p)e^{nt}$ pessoas. Seja

$N(t)$... população total;

$N(s; t)$... a população dos nascidos em s vivos em t ;

$N_1(t)$... população na escola;

$N_2(t)$... população economicamente ativa;

$N_3(t)$... população aposentada.

A té aqui a população economicamente ativa havia sido representada por L . Distingui-se o emprego pelo setor: L_1 e L_2 . Segue, portanto a convenção $L = N_2$.

Os indivíduos deparam-se com uma probabilidade de morte p , de sorte que

$$N(s; t) = (n+p)e^{nt} e^{-p(t-s)}: \quad (44)$$

Somando entre gerações obtém-se

$$\begin{aligned} N_1(t) &= e^{nt} (1 - e^{-(n+p)T}); \\ N_2(t) &= e^{nt} (e^{-(n+p)T} - e^{-(n+p)\bar{T}}); \\ N_3(t) &= e^{nt} e^{-(n+p)\bar{T}}; \end{aligned} \quad (45)$$

Evidentemente

$$N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) = N(t) = e^{nt}: \quad (46)$$

²⁷Segue de (33).

3.2 Consumo

Tomando o consumo individual para todas as gerações, substituindo-se (40) e (44) em:

$$C(t) = \sum_{i=1}^{Z_t} N(s; t) c(s; t) ds \quad (47)$$

segue

$$C(t) = \frac{w}{\sum_{i=1}^{\infty} n + p_i} \frac{n + p}{\frac{3}{4}(r_i - \frac{1}{2})} e^{nt} \quad (48)$$

desde que

$$n + p_i - \frac{3}{4}(r_i - \frac{1}{2}) > 0 \quad (49)$$

para que a integral imprópria em (47) possa ser calculada. Em (48) w e \bar{T} são dados por (41) e (42).

4 Equilíbrio Geral de Longo Prazo

Como visto, este modelo apresenta para uma particular suposição quanto às tecnologias uma trajetória de crescimento balanceada. Isto ocorre quando não há progresso técnico no setor educacional e este somente emprega trabalho. Segundo estas hipóteses para que haja uma trajetória de crescimento balanceado do ponto de vista da produção é necessário que o preço relativo da educação esteja a crescer à taxa de progresso técnico do setor de bens²⁸. Do ponto de vista da demanda do indivíduo esta é a condição para que a decisão do quantidade ótima de educação não se altere com o passar do tempo²⁹. Isto porque nesta condição o benefício da educação líquido do custo de oportunidade do tempo está crescendo à taxa de progresso técnico do setor de bens - pois os salários estão a crescer à esta taxa - enquanto que o outro custo da educação o qual seja a mensalidade da escola também está a crescer a esta taxa.

Assim esta seção soluciona-se o modelo para o equilíbrio de longo prazo sob estas hipóteses quanto ao progresso técnico é nulo no setor educacional e este não emprega trabalho. A primeira equação de equilíbrio é a condição de equilíbrio no mercado de bens: no estado estacionário o consumo é igual ao produto menos a depreciação efetiva do capital. Segue a equação de equilíbrio no mercado de educação. Sob a hipótese de que este setor somente emprega trabalho esta equação determina o emprego no setor educacional e, conseqüentemente, o emprego no setor de bens. A terceira equação é a condição marginal do tempo ótimo de saída da escola. Finalmente segue a equação de equalização dos salários entre os setores, quando medidos na mesma unidade.

²⁸ Ver equação (6).

²⁹ Ver, por exemplo, equação (36).

A equação de equilíbrio no mercado de bens segue de

$$K^{\Phi} = A_1 F_1(K_1; e^{gT} H L_1) - C(t) - \pm K: \quad (50)$$

Dividindo ambos os lados pela quantidade total de trabalho $H(T)e^{gT}$, lembrando-se de que $k = \frac{K(t)}{L(t)H(T)e^{gT}}$, $k = 0$, e que $c^{\pi} = \frac{C(t)}{N(t)H(T)e^{gT}}$ segue

$$c^{\pi} = \frac{L}{N} \left[\frac{L_1}{L} A_1 f_1(k_1) - (n + g + \pm)k \right] \quad (51)$$

A equação (51) é a oferta de bens no longo prazo. Para obter-se a equação de equilíbrio no mercado de bens segue de (48), (42) e (41) que

$$c^{\pi} = \frac{1}{T} \frac{n + p}{n + p - \frac{1}{2}(r + p)} e^{((r+p) - g)T} \frac{1}{L_1} e^{A(T)} \frac{1 - e^{((r+p) - g)(\bar{T} - T)}}{r + p - g} - q^{\pi} \frac{1 - e^{((r+p) - g)T}}{r + p - g} : \quad (52)$$

A igualdade de (51) e (52) constitui a primeira condição de equilíbrio. A segunda equação de equilíbrio é a equação de equilíbrio no mercado de educação. A demanda total por educação é o produto do número de alunos com os serviços educacionais consumido por cada estudante (N_1), enquanto que a oferta é dada pelo emprego neste setor³⁰ ($A_2 H(T) L_2$). Segue

$$l_2 = \frac{N_1}{L} \frac{1}{A_2 H(T)}. \quad (53)$$

A terceira condição de equilíbrio segue de (38):

$$e^{A(T)} \frac{1}{L_1} e^{((r+p) - g)(\bar{T} - T)} \frac{1 - e^{((r+p) - g)(\bar{T} - T)}}{r + p - g} - 1 = q^{\pi} : \quad (54)$$

A quarta condição segue de (5):

$$q^{\pi} A_2 = (1 - \alpha_1) A_1 k_1^{\alpha_1 - 1}. \quad (55)$$

Finalmente das condições de equilíbrio no mercado de fatores segue

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{K}{L_1} = \frac{k}{l_1}, \\ l_1 + l_2 &= 1, \\ l_1^{\pi} &= (1 - \alpha_L)(1 - \alpha_1) A_1 k_1^{\alpha_1 - 1} e \\ r &= (1 - \alpha_K)^{\alpha_1} A_1 k_1^{\alpha_1 - 1} - \pm. \end{aligned} \quad (56)$$

As equações (56) os impostos distorcivos sobre os fatores de produção são devidos de forma lump sum às famílias.

³⁰ Este ponto tem-se que lembrar que não há progresso tecnológico neste setor e que ele não emprega capital.

O modelo pode ser resolvido numericamente para as variáveis k (ou r), T , c^1 e l_1 . Este modelo pode ser empregado para diversos exercícios. Por exemplo é possível encontrar qual é o efeito sobre o estímulo à acumulação de capital humano de uma redução do imposto sobre o trabalho.

Para o caso em que o modelo não admite trajetória de crescimento balanceado a solução obtém-se a partir das mesmas equações com ligeiras alterações: a riqueza do indivíduo não tem o termo associado ao custo da escola (que assintoticamente é nulo), o produto da escola é nulo (portanto todos o capital e trabalho está alocado no setor produtor de bens) e a escolha ótima da quantidade de estudo é dada por (37).

5 Conclusão

Este trabalho apresentou um modelo de acumulação que integra a decisão de acumular capital com a decisão de acumular capital humano, este último como tratado pelo campo de economia do trabalho. Sabe-se que a dotação de capital humano é um elemento importante para descrever a diversidade observada de renda per capita entre as economias³¹. Por outro lado, por motivos teóricos e conceituais, bem como por questões empíricas, a forma de fazê-lo que parece mais conveniente é por meio de regressões de Mincer³². Falava um modelo de crescimento que estudasse a decisão de estudar em um contexto de equilíbrio geral, com o capital físico determinado endogenamente. Este trabalho pretendeu preencher esta lacuna. Acreditamos que este modelo possa ser empregado para diversos exercícios, como por exemplo o estudo do impacto de políticas sobre a decisão de acumulação de capital humano.

Referências

- [1] Aghion, Philippe e Howitt, Peter 1992. "A model of growth through creative destruction." *Econometrica* 60 (March): 323-351.
- [2] Barelli, Paulo e Pessoa, Samuel A. 1998. "A neoclassical model of capital accumulation in presence of unproductive activities: implications for the stationary state" mimeo.
- [3] Barro, Robert J., Mankiw, N. Gregory e Sala-i-Martin, Xavier 1995. "Capital mobility in neoclassical models of growth." *American Economic Review* 85 (March): 103-115.
- [4] Benhabib, J. e Spiegel, M. M. 1994. "The role of human capital in economic development: evidence from aggregate cross countries data." *Journal of Monetary Economics*, 34 (2): 143-174.

³¹ Por exemplo Lucas (1990).

³² Este assunto foi tratado na introdução do trabalho.

- [5] Bils, Mark & Klenow, Peter J. 1998. "Does schooling cause growth or the other way around?" NBER Working Paper n. 633, February 1998.
- [6] Chari, V. V., Kehoe, Patrick J. & Rattan, Ellen R. 1997. "The poverty of nations: a quantitative investigation." Research Department Staff Report 204, Federal Reserve Bank of Minneapolis (Revised October 1997).
- [7] Easterly, William, Kremer, Michael, Pritchett, Lant & Summers, Lawrence 1993. "Good policy or good luck? Country growth performance and temporary shocks." Journal of Monetary Economics, 32 (December): 459-483.
- [8] Hall, Robert E. & Jones, Charles I. 1998. "Why do some countries produce so much more output per worker than others?" NBER Working Paper n. 64, May 1998.
- [9] Jones, Charles I. 1995. "Time series tests of endogenous growth models." The Quarterly Journal of Economics 110 (May): 495-525.
- [10] Klenow, Peter J. & Rodríguez-Clare, Andrés 1997. "The neoclassical revival in growth economics: has it gone too far?" In NBER Macroeconomics Annual 1997 eds. Ben S. Bernanke & Julio J. Rotemberg Cambridge MA: The MIT Press, 73-103.
- [11] Kongsamut, Piyabha, Rebelo, Sergio & Xie, Danyang 1997. "Beyond balanced growth." NBER Working Paper n. 659, September 1997.
- [12] Lucas, Robert E., Jr. 1988. "On the mechanics of economic development." Journal of Monetary Economics 22 (July): 3-42.
- [13] Lucas, Robert E., Jr. 1990. "Why doesn't capital flow from rich to poor countries?" American Economic Review 80 (May): 92-96.
- [14] Mankiw, N. Gregory 1995. "The growth of nations." Brookings Papers on Economic Activity, 1: 275-326.
- [15] Mankiw, N. Gregory, Romer, David & Weil, David N. 1992. "A contribution to the empirics of economic growth." The Quarterly Journal of Economics 107 (May): 407-437.
- [16] Mincer, Jacob 1974. Schooling, Experience, and Earning. National Bureau of Economic Research, distributed by Columbia U.P.
- [17] Parente, Stephen & Prescott, Edward C. 1994. "Barriers to technological adoption and development." Journal of Political Economy, 102 (2): 298-321.
- [18] Obstfeld, Maurice & Rogoff, Kenneth 1996 Foundations of International Macroeconomics, Cambridge MA: The MIT Press.

- [19] Rebelo, Sergio 1991. "Long run policy analysis and long run growth." *Journal of Political Economy* 99 (3): 500-521.
- [20] Romer, Paul 1990. "Endogenous technological change." *Journal of Political Economy* 98 (5): S71-S102.
- [21] Willis, Robert J. 1986 "Wage determinants: a survey and reinterpretation of human capital earnings functions." *in Handbook of Labor Economics*, volume 1, eds. Orley Ashenfelter and Richard Layard. North Holland. Chapter 10: 525-602.
- [22] Yaari, Menahem E. 1965. "Uncertain lifetime, life insurance and the theory of the consumer." *Review of Economics Studies* 32 (April): 137-150.